

Hotelling T² ve SPE ile çok değişkenli süreç izleme

Birbiriyle ilişkili sensörleri tek bir istatistikle değil T² ve SPE birlikte izleyerek okumayı, katkı grafiklerini yorumlamayı ve yöntemin sınırlarını öğrenin.

Kısaca

- Birbiriyle ilişkili süreç değişkenleri, her biri tek başına sınır içindeyken yanlış bir kombinasyona kayabilir.
- T² noktanın normal model düzlemi içindeki uçluğunu, SPE ise noktanın bu düzlemden uzaklığını ölçer.
- Her iki ölçü de temiz normal eğitim verisine, standartlaştırılmış değişkenlere ve rejim değişikliğinde yeniden eğitime bağlıdır.

01 / Tek değişkenli grafiğin kör noktası

Bir pompada akış, basınç ve motor akımı genellikle birlikte hareket eder. Akış arttığında motor akımı da artabilir; basınç ise sistem direncine bağlı olarak değişir. Her değişkene ayrı bir kontrol grafiği koyduğunuzda üçü de kendi sınırları içinde kalabilir ve yine de bu üç değer birlikte oluşturduğu desen bozulmuş olabilir. Tek değişkenli grafikler bu yanlış kombinasyonu görmez. Çok değişkenli izleme, değişkenlerin ortak yapısını tek bir modelde toplar ve bu yapıdan sapmayı ölçer.

Burada iki soru ayrı sorulur. Birincisi, nokta normal değişkenlik içinde ne kadar uç bir konumda duruyor? İkincisi, değişkenler arasındaki normal ilişki hâlâ geçerli mi? Bu iki soru farklı arızaları yakalar. Bu ayrım, tek tek bakıldığında sorunsuz görünen bir süreçte bile normal dışı bir işletme durumunu görmek için önemlidir.

02 / Model düzlemi: PCA ve standartlaştırma

Temel bileşen analizi (PCA), değişkenlerin ortak hareket ettiği ana yönleri bulur. İlk bileşen en büyük normal değişimin yönüdür; sonraki bileşenler kalan değişimi birbirine dik yönlerde taşır. Modelde k bileşen tutulur ve bu k yönün oluşturduğu alt uzaya model düzlemi denir. k, normal değişimin yeterli bir kısmını açıklayacak kadar seçilir.

Modeli kurmadan önce değişkenler standartlaştırılmalıdır: her sensörden eğitim ortalaması çıkarılır ve standart sapmasına bölünür. Aksi halde sayısal aralığı büyük olan bir sensör diğerlerini bastırır. Eğitim verisi temiz normal çalışmadan oluşmalıdır; içine bir arıza dönemi karışırsa düzlem o arızayı da normal yapının parçası sayar. Bileşen sayısı çok küçük seçilirse düzlem normal değişimin önemli bir kısmını kaçıır; çok büyük seçilirse gürültüyü normal yapı sanabilir.

03 / T² ve SPE nasıl hesaplanır

T², yeni bir noktanın model düzlemi içindeki bileşen skorlarından hesaplanır ve Mahalanobis türünden bir uzaklık gibi okunur:

$$T^2 = \sum (t_i^2 / \lambda_i), i = 1, \dots, k$$

Burada t_i noktanın i . bileşendeki skorudur; λ_i ise eğitim verisinde aynı bileşenin skor varyansıdır. T^2 yüksekse nokta, normal değişkenlik içinde alışılmadık derecede uçtur. Eğitimde öğrenilen düzlem ve varyanslar sabit tutulur; her yeni nokta bu sabit model üzerinde hesaplanır.

SPE (Q olarak da anılır), noktanın düzleme olan uzaklığının karesidir. Artık vektörü $r = x - \hat{x}$ olarak tanımlanır; $\hat{x}$, noktanın düzleme izdüşümüdür:

$$SPE = \sum r_j^2$$

SPE yüksekse, değişkenler arasındaki ilişki eğitimde görülen yapının dışına çıkmıştır. Bu, korelasyonun kırıldığını gösterebilir.

04 / Hipotetik bir hesap: iki ölçü, iki farklı soru

Aşağıdaki sayılar hipotetiktir ve değişkenlerin standartlaştırılmış olduğu varsayılır. Modelde $k = 2$ bileşen var; eğitim verisinde bu bileşenlerin skor varyansları $\lambda_1 = 4$ ve $\lambda_2 = 1$. Yeni bir noktanın skorları $t_1 = 4$ ve $t_2 = 1,5$ olsun. Bu durumda:

$$\bullet T^2 = 4^2 / 4 + 1,5^2 / 1 = 16 / 4 + 2,25 = 4 + 2,25 = 6,25$$

Varsayımsal T^2 sınırını 9 alalım. 6,25 bu sınırın altında kalır; nokta düzlem içinde normal görünür.

Artık vektörü $r = (0,3; -0,4; 0)$ olsun. Bu durumda $SPE = 0,3^2 + 0,4^2 + 0^2 = 0,09 + 0,16 = 0,25$. Varsayımsal SPE sınırı 0,10 ise nokta SPE tarafında işaretlenir.

Sonuç: noktanın düzlem içindeki konumu normal, ama düzlemden kopmuş. Bu tür bir kopuş, sensörlere tek tek bakıldığında görünmeyebilir.

05 / Varsayımlar ve sınır değerleri

Yöntem, değişkenler arasındaki ilişkinin büyük ölçüde doğrusal olduğunu varsayar. İlişki doğrusal değilse düzlem gerçek yapıyı iyi temsil etmez ve hem T^2 hem SPE yanlış alarm üretebilir. Eğitim verisinin temiz olması da şarttır; eğitim penceresinde bir arıza ya da bakım sonrası kayma varsa normal sınır buna göre kayar.

Sınır değerleri üç yoldan belirlenebilir: T^2 için F dağılımına dayanan bir yaklaşım, SPE için artık özdeğerlere dayanan bir yaklaşım veya doğrudan eğitim verisinin ampirik yüzdeliği. Her biri bir varsayıma dayanır. Ampirik yüzdelik, eğitim verisinin temsil gücü kadar iyidir. Bakım, ürün değişimi ya da çalışma rejimi değiştiğinde model yeniden eğitilmelidir. Sınırı gevşetmek alarmları azaltır, ama yakalanan arızaları da azaltır; bu bir ayar kararıdır ve değerlendirme sonuçlarıyla birlikte belgelenmelidir.

06 / Bir süreçte nasıl başlanır

Kararlı çalışılan bir dönemi seçin, sensörleri aynı örnekleme aralığında kaydedin ve birimleri veri sözlüğüne yazın. Değişkenleri standartlaştırın; bileşen sayısını ve sınırları yalnızca eğitim verisinden belirleyin.

Sonra geçmişte kayıtlı bir olay dönemini bakım kayıtlarıyla yeniden oynatın. Model o dönemde ne zaman sinyal verdi, bakım ekibi ne zaman müdahale etti? Her sinyal için katkı grafiğine bakın ve hangi değişkenin sapmayı yönlendirdiğini not edin. Bu notları süreci bilen mühendislerle birlikte yorumlayın. Son olarak yanlış alarm oranını ve bir alarmı incelemek için harcanan ortalama süreyi kaydedin; bu iki sayı yöntemin işletme için değerini doğrudan gösterir. Bu ilk değerlendirme geçmiş veri üzerinde yapılmalı; model canlı kontrol sistemine bağlanmadan önce ayrıca onaylanmalıdır.

Uygulayın

Sentinel’de örnek sensör tablosunda bir alarmlı satırı açın ve T^2 ile SPE değerlerinden hangisinin daha çok yükseldiğini bir cümleyle yazın.

Kaynaklar ve çevrimiçi rehber

Güncel çevrimiçi rehberi açın

NIST/SEMATECH e-Handbook: 6.5.4.3. Hotelling T squared

NIST/SEMATECH e-Handbook: 6.5.4.1. Mean Vector and Covariance Matrix

Hotelling T-squared distribution (Wikipedia)

Principal component analysis (Wikipedia)

Önerilen pilot adımları saha doğruluk iddiası içermez. Sentetik örnekler gerçek tesis ölçümü değildir.