

CUSUM ve EWMA: küçük ve kalıcı kaymaları yakalamak

Birikimli toplam ve üssel ağırlıklı ortalama ile küçük süreç kaymalarını nasıl erken gördüğünüzü, altı ölçümlük bir örnekle izleyin ve parametreleri yanlış alarm dengesiyle seçin.

Kısaca

- Shewhart grafiği büyük sıçramaları hızlı yakalar, ama $0,5$ ile $1,5\sigma$ arasındaki kalıcı küçük kaymalar onda geç görünür.
- CUSUM sapmaları birikimli olarak toplar; EWMA ise son ölçümlere daha fazla ağırlık vererek yumuşatılmış bir ortalama izler.
- Parametreler, tespit etmek istediğiniz kayma büyüklüğü ve kabul edilebilir yanlış alarm sıklığıyla birlikte seçilmelidir.

01 / Shewhart neden küçük kaymada geç kalır

Shewhart kontrol grafiği her ölçümü tek tek sınırlarla karşılaştırır. Üst ve alt sınırlar genellikle $\mu_0 \pm 3\sigma$ olarak seçilir; μ_0 hedef ortalamadır, σ ise kararlı bir dönemden tahmin edilen standart sapmadır. Büyük ve ani sıçramalarda bu grafik hızlı ve basit bir uyarı verir.

Ancak proses ortalaması yalnızca $0,5$ ile $1,5\sigma$ arasında kalıcı biçimde kaydıgında, tek bir ölçüm nadiren sınırı aşar. Sapma gerçek olsa bile sinyal gecikir. Her nokta sınır içinde görüldüğü için gecikme fark edilmeyebilir. Kalite kontrolünde bu, bir proses yavaşça hedefin dışına çıkarken üretimin uzun süre fark edilmeden sürmesi anlamına gelebilir. Küçük ama kalıcı kaymalar, geçmiş sapmaları birikimli olarak izleyen CUSUM ve EWMA ile daha erken görülebilir.

02 / CUSUM: birikimli sapmayı toplamak

CUSUM (kümülatif toplam) her yeni ölçümden bir referans değeri çıkarır ve farkı bir toplama ekler. Yukarı yönlü kaymayı izleyen toplam şöyle hesaplanır:

$$S^+_t = \max(0, S^+_{t-1} + (x_t - \mu_0 - k))$$

Burada k serbestlik payıdır ve çoğu uygulamada $0,5\sigma$ alınır. Referans değeri $\mu_0 + k$ 'dir. Ölçümler bu değerin üstünde kaldıkça toplam büyür; altına indiğinde toplam sıfıra doğru düşer ve sıfırın altına inmez. S^+ , önceden belirlenen h eşliğini aştığında sinyal verilir; h genellikle 4σ ile 5σ arasında seçilir. Aşağı yönlü kaymalar için ters mantıkla çalışan S^- tanımlanır ve iki toplam birlikte izlenir. Kısa süreli bir sıçramadan sonra ölçümler referansın altında kalırsa toplam sıfıra doğru geri iner; kalıcı bir sapma ise toplamı büyütmeğe devam eder.

03 / Hipotetik bir CUSUM tablosu

Aşağıdaki örnek hipotetiktir: $\mu_0 = 10$, $\sigma = 1$, $k = 0,5$ (referans değeri 10,5) ve $h = 4$. Altı ölçüm sırayla geliyor:

- $t = 1$, $x = 11,0$: $11,0 - 10,5 = 0,5$; $S^+ = 0 + 0,5 = 0,5$
- $t = 2$, $x = 11,2$: $11,2 - 10,5 = 0,7$; $S^+ = 0,5 + 0,7 = 1,2$
- $t = 3$, $x = 10,9$: $10,9 - 10,5 = 0,4$; $S^+ = 1,2 + 0,4 = 1,6$
- $t = 4$, $x = 11,4$: $11,4 - 10,5 = 0,9$; $S^+ = 1,6 + 0,9 = 2,5$
- $t = 5$, $x = 11,1$: $11,1 - 10,5 = 0,6$; $S^+ = 2,5 + 0,6 = 3,1$
- $t = 6$, $x = 11,6$: $11,6 - 10,5 = 1,1$; $S^+ = 3,1 + 1,1 = 4,2$, $h = 4$ aşıldı

Altı değerlerin ortalaması 11,2; yani kayma yaklaşık $1,2\sigma$. Bu değerlerin hiçbirisi 13,0 olan Shewhart üst sınırını aşmaz. CUSUM ise altıncı ölçümde sinyal verir. Aşağı yönlü S^- bu tabloda sıfır kalır, çünkü S^- yalnızca bir ölçüm 9,5'in altına inerse artar ve hiçbirisi bu değere ulaşmaz.

04 / EWMA: üssel ağırlıklı ortalama

EWMA, her yeni ölçümü bir önceki yumuşatılmış değerle karıştırır:

$$z_t = \lambda \cdot x_t + (1-\lambda) \cdot z_{(t-1)}$$

Burada $0 < \lambda \leq 1$ bir ağırlıktır. λ küçüldükçe geçmiş değerlere daha fazla ağırlık verilir; grafik daha pürüzsüz ama daha yavaş tepki verir. Tipik λ değerleri 0,05 ile 0,25 arasındadır. Kontrol sınırları $\mu_0 \pm L \cdot \sigma \cdot \sqrt{(\lambda/(2-\lambda)) \cdot (1-(1-\lambda)^{(2t))}}$ ile hesaplanır ve L genellikle 2,7 ile 3 arasında seçilir.

Hipotetik bir örnek: $\lambda = 0,1$ ve $L = 2,7$ olsun. Zaman ilerledikçe parantez içindeki terim 1'e yaklaşır ve sınırlar $\mu_0 \pm 2,7 \cdot \sigma \cdot \sqrt{(0,1 / 1,9)}$ değerine gelir. Kök hesaplanırsa $\sqrt{(0,1 / 1,9)} \approx 0,229$ ve sınır yaklaşık $\mu_0 \pm 0,62\sigma$ olur. Bu sınır, EWMA istatistiği için Shewhart'ın $\pm 3\sigma$ sınırından çok daha dardır; bu nedenle küçük bir kayma daha erken görünür hale gelebilir.

05 / Otokorelasyon ve yanlış alarm

CUSUM ve EWMA, ölçümlerin birbirinden bağımsız olduğunu varsayar. Ardışık ölçümler birbirine bağlıysa, yani bir değer bir öncekine benziyorsa, sapma gerçek bir kayma olmadan birikebilir ve yanlış alarm sayısı artar. Bu etki, ardışık örneklerin birbirine çok yakın alındığı veri akışlarında belirginleşir. Otokorelasyon belirginse, ham değerler yerine modelin artıkları üzerinde izleme yapmak düşünülebilir.

Bir diğer risk σ tahminidir. σ , kararlı bir kontrol döneminden tahmin edilmelidir. Bakım, ürün değişimi ya da vardiya etkisi içeren bir pencereden alınan σ , sınırları gereğinden geniş ya da dar yapar. Bu yüzden σ 'nın hangi dönemden geldiğini raporda belirtin. Ölçümler arasındaki ilişkiyi, ardışık değerlerin birbiriyle korelasyonuna bakarak kabaca kontrol edebilirsiniz.

06 / Parametreleri seçmek ve başlamak

Önce korumak istediğiniz en küçük kaymayı tanımlayın. Tespit edilecek kayma $\delta\sigma$ ise k değerini kabaca $\delta/2$ civarında seçmek yaygın bir başlangıçtır; 1σ kayma için $k = 0,5\sigma$ gibi. Ardından h değerini kabul edilebilir yanlış alarm sıklığına göre ayarlayın. Bu sıklık ortalama çalışma uzunluğu (ARL) ile ifade edilebilir: kontrol içindeki bir proseste, yanlış bir sinyalin ortalama kaç ölçüm sonra geleceği. ARL büyüdükçe yanlış alarm seyrekleşir, ama gerçek bir kaymayı görme gecikmesi de artabilir.

Başlarken kararlı bir dönemden σ tahmin edin, aynı veride Shewhart, CUSUM ve EWMA sonuçlarını karşılaştırın ve her sinyalin gerçek bir proses değişikliğiyle ilişkili olup olmadığını kaydedin.

Uygulayın

Sentinel’de örnek bir sensör serisinde EWMA izini açın, sinyalin ilk belirdiği ölçümü bulun ve o anda bir bakım ya da ürün değişikliği kaydı olup olmadığını yazın.

Kaynaklar ve çevrimiçi rehber

Güncel çevrimiçi rehberi açın

NIST/SEMATECH e-Handbook: 6.3.2.3. Cusum Control Charts

NIST/SEMATECH e-Handbook: 6.3.2.4. EWMA Control Charts

CUSUM (Wikipedia)

EWMA chart (Wikipedia)

Önerilen pilot adımları saha doğruluk iddiası içermez. Sentetik örnekler gerçek tesis ölçümü değildir.